






## **Considerações de projeto incluindo armadura mínima em vigas com pós-tração não aderente**


**Angelo Rubens Migliore Junior <sup>(1)</sup>; Luciano de Oliveira Souza <sup>(2)</sup> e Fábio Albino de Souza <sup>(3)</sup>**


(1) Civil Engineer - CEO Migliore Pastore Engenharia; Prof. Dr. – Unilins / Unifeb / Sociesc; [rubens@migliorepastore.com.br](mailto:rubens@migliorepastore.com.br); (2) Academic - Metrocamp; [luc.oliveira.93@gmail.com](mailto:luc.oliveira.93@gmail.com); (3) Civil Engineer - CEO EBPX; Prof. MSc - Metrocamp; [fabio@ebpx.com.br](mailto:fabio@ebpx.com.br)

PATROCINADORES:












Escolha qualidade. 1



## **1. Armadura mínima x Fissuração**

- Armadura aderente em CA controla abertura e comprimento de fissuras na flexão simples, mas não impede sua ocorrência;
- Estudo de fissuração é realizado no ELS, mas estudo de armadura mínima é realizado no ELU resultando em abordagens e procedimentos diferentes;
- Armadura mínima aderente garante utilidade no ELU e comportamento aceitável no ELS.

2



**III SELAP**  
SEMINÁRIO LATINO-AMERICANO DE PROTENSÃO

### *Protensão não aderente x Fissuração*

- O grau de protensão pode limitar ou eliminar a ocorrência de fissuras de flexão para ações de serviço;
- Ações excepcionais (acidentes, explosões, etc.) podem resultar em fissuras não previstas em projeto;
- Ausência de armadura aderente pode resultar em ruptura brusca da seção quando da ocorrência de eventual fissuração;
- Como resultado, protensão não aderente necessita de armadura passiva aderente para evitar a fissuração exagerada.

3



**III SELAP**  
SEMINÁRIO LATINO-AMERICANO DE PROTENSÃO

### *2. Objetivos propostos*

- Revisar a escolha da força de protensão sem aderência no ELS para a situação de Protensão Completa, Limitada e Parcial de vigas.
- Revisar procedimentos normativos para determinação de armadura mínima de vigas com protensão sem aderência;
- Comparar a armadura aderente necessária conforme estipulado por procedimentos diferentes;
- Comparar a capacidade resistente de viga protendida no ELU.

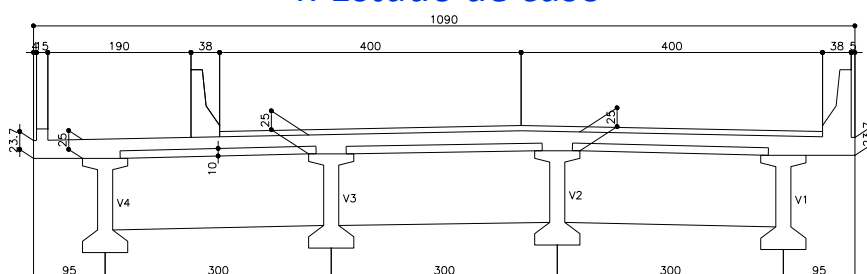
4

### 3. Metodologia

- Realizar estudo de caso a partir de obra rodoviária real projetada em CA e adaptada para protensão não aderente;
- Verificar capacidade resistente no ELU para situação de Protensão Completa, Limitada e Parcial adicionando armadura mínima passiva aderente.

5

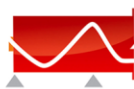
### 4. Estudo de caso



Viga isostática de ponte rodoviária classe TB45 com vão teórico de 20 m, seção composta com pré-viga de altura de 150 cm ( $L/h = 13,3$ ) e mesa moldada no local com espessura média de 25 cm e largura colaborante de 245 cm.

Concretos: C40 para pré-viga; C30 para mesa moldada no local.

6



**III SELAP**  
SEMINÁRIO LATINO-AMERICANO DE PROTENSÃO

## Solicitações de flexão simples

$$M_{g0} = 490 \text{ kN.m}; M_{g1} = 910 \text{ kN.m}; M_{g2} = 405 \text{ kN.m}$$

$$M_q = 295 \text{ kN.m (inclui impacto de veículo com } \phi = 1,28)$$

$$\text{ELS - CQP - } M = 1.894 \text{ kN.m } (\psi_2 = 0,3)$$

$$\text{ELS - CF - } M = 1.953 \text{ kN.m } (\psi_1 = 0,5)$$

$$\text{ELS - CR - } M = 2.100 \text{ kN.m}$$

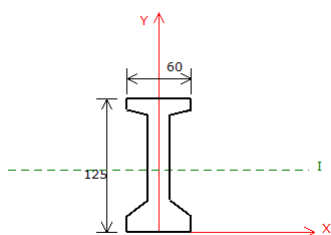
$$\text{ELU - CN - } M_d = 2.879 \text{ kN.m } (\gamma_{fg} = 1,35; \gamma_{fq} = 1,50)$$

7



**III SELAP**  
SEMINÁRIO LATINO-AMERICANO DE PROTENSÃO

## Propriedades geométricas da seção transversal



Inicial – pré-viga

$$h = 125,0 \text{ cm}; y_1 = 58,0 \text{ cm}$$

$$A_c = 3.900 \text{ cm}^2$$

$$I_x = 7.131.430 \text{ cm}^4$$

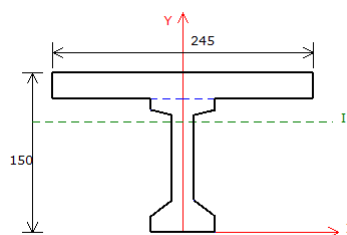
$$W_2 = 106.392 \text{ cm}^3$$

$$W_1 = 123.019 \text{ cm}^3$$

$$k_2 = 31,5 \text{ cm}$$

$$k_1 = 27,3 \text{ cm}$$

$$\text{rendimento mecânico} = 47 \%$$



Final – seção composta

$$h = 150,0 \text{ cm}; y_1 = 103,8 \text{ cm}$$

$$A_c = 10.025 \text{ cm}^2$$

$$I_x = 21.623.348 \text{ cm}^4$$

$$W_2 = 468.062 \text{ cm}^3$$

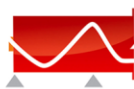
$$W_1 = 208.313 \text{ cm}^3$$

$$k_2 = 22,6 \text{ cm}$$

$$k_1 = 50,9 \text{ cm}$$

$$\text{rendimento mecânico} = 49 \%$$

8



**III SELAP**  
SEMINÁRIO LATINO-AMERICANO DE PROTENSÃO

### 5. Situação de protensão completa

Cabos necessários: 13  $\phi$  15,2mm CP-210 EP

$$P_{ini} = 235 \text{ kN/cabo} - A_p = 13 \times 1,434 = 18,64 \text{ cm}^2$$

Força inicial no cabo resultante = 3.055 kN

Perda relativa imediata = 9,1 %

Força após perdas imediatas = 2.770 kN

Perda relativa progressiva = 13,5 %

Força após perdas progressivas = 2.397 kN

Perda total relativa = 21,6 %

9



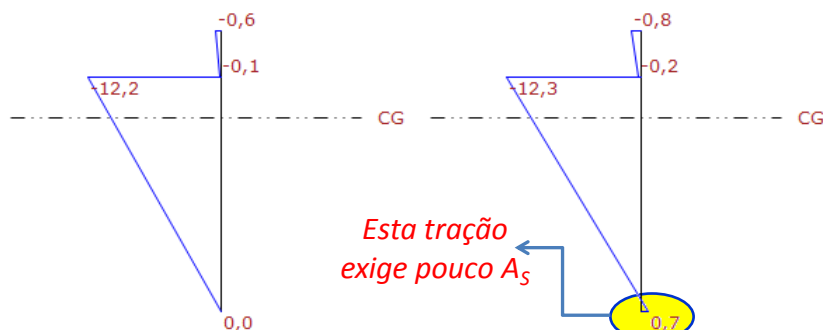
**III SELAP**  
SEMINÁRIO LATINO-AMERICANO DE PROTENSÃO

### Situação de protensão completa

Tensões normais na seção do meio vão (MPa)

CF – ELS-D

CR – ELS-F



A condição para ELS-D é mais rigorosa e conduz a tensões de tração que podem ser resistidas para concretos típicos usuais !

10

## 6. Situação de protensão limitada (parcial)

Cabos necessários: 14  $\phi$  15,2mm CP-190 EP

$$P_{ini} = 216 \text{ kN/cabo} - A_p = 14 \times 1,434 = 20,08 \text{ cm}^2$$

Força inicial no cabo resultante = 3.024 kN

Perda relativa imediata = 9,8 %

Força após perdas imediatas = 2.718 kN

Perda relativa progressiva = 13,9 %

Força após perdas progressivas = 2.340 kN

Perda total relativa = 22,6 %

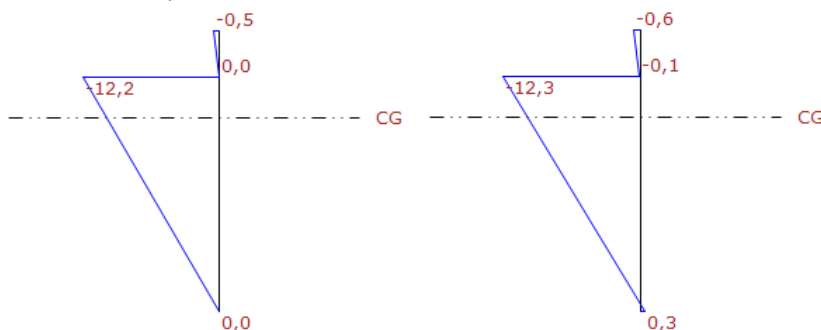
11

## Situação de protensão limitada (parcial)

Tensões normais na seção do meio vão (MPa)

CQP – ELS-D

CF – ELS-F



*A condição para CQP – ELS-D é mais crítica e geralmente é a determinante, não conduzindo a protensão parcial !*

12



## 7. Momento de fissuração

Verificação do item 17.3.1 da NBR 6118:2014 para C40

$$M_{r\ CP} = \underbrace{\alpha_F W_1 f_{ctm}}_{M_{r\ CA}} + \underbrace{0,9 P_{inf} (k_2 + e_P)}_{M_0}$$

Situação	$M_{r\ CA}$ (kN.m)	$M_0$ (kN.m)	$M_{r\ CP}$ (kN.m)
Protensão completa	950	2.429	3.379
Protensão limitada	950	2.371	3.321

*Em qualquer caso a seção crítica não fissura para ações de projeto, pois na CR  $\rightarrow M_k = 2.100$  kN.m.*

13



## 8. Viga de CA no ELU

Hipóteses:  $M_d = 2.879$  kN.m; concreto C30 ( $\lambda = 0,80$ ;  $\alpha_c = 0,85$ )

armadura simples com aço CA-50 –  $d = 138$  cm

Seção Falso T  $\rightarrow \beta_x = \frac{x}{d} \leq \beta_{xf} = \frac{h_f}{\lambda d} = 0,23$

$$\mu = \frac{M_d}{\alpha_c f_{cd} b_f d^2} = 0,034 \rightarrow \begin{cases} \beta_x = \frac{1}{\lambda} (1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 0,043 \\ \text{Domínio 2} \end{cases}$$

$$R_C = \lambda \alpha_c f_{cd} \beta_x b_f d = 2.120 \text{ kN} = R_S$$

$$A_S \geq \frac{R_S}{f_{yd}} = 48,82 \text{ cm}^2$$

*A armadura depende da resultante de compressão do concreto.  
 Armadura necessária sem efeitos de fadiga do aço.*

14



## 9. Protensão no ELU

Simplificação: Transformar o problema de CP para de CA  
 (seção Retangular ou Falso T com armadura simples)

Ref.= CA-50 ←

$$\left. \begin{aligned} R_P &= A_P \frac{\sigma_{pe}}{\gamma_s} \\ R_S &= A_S \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \end{aligned} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} A_{eq} &= \frac{R_P + R_S}{f_{yd}} \\ d_{eq} &= \frac{R_P d_P + R_S d}{R_P + R_S} \end{aligned} \right.$$

$$\beta_x = \frac{R_P + R_S}{\lambda \alpha_c f_{cd} b_f d_{eq}} \rightarrow M_R = \lambda \alpha_c f_{cd} \beta_x b_f d_{eq}^2 \left( 1 - \frac{\lambda}{2} \beta_x \right)$$

15



## Capacidade resistente no ELU

No caso, não é necessária armadura passiva para atender ao ELU. Apenas com a armadura ativa, a capacidade da seção é superior ao momento solicitante  $M_d = 2.879 \text{ kN.m}$ .

Situação	$P_{inf}$ (kN)	$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	Aço	$\sigma_{ped}$ (MPa)	$A_{eq}$ (cm <sup>2</sup> )	$M_R$ (kN.m)
Protensão completa	2.397	18,64	CP-210	1.446	61,98	3.637
Protensão limitada	2.340	20,08	CP-190	1.329	61,36	3.602

*Ambos aços ativos não escoam. No entanto, nestes e nos demais casos seguintes, no ELU a seção permanece no Domínio 2.*

16





## 10. Armadura mínima segundo NBR 6118

Atendimento ao momento mínimo do item 17.3.5.2.1 da NBR 6118:2014

$$M_{dmin} = 0,8 W_1 f_{ctk,sup} \quad (\text{concreto C40})$$

$$M_{dmin} = 760 \text{ kN.m} \rightarrow A_s = 12,19 \text{ cm}^2 \rightarrow \rho_s = 0,12\%$$

Atendimento à taxa geométrica mínima da tabela 17.3

$$\rho_{min} = 0,179 \% \quad (\text{concreto C40})$$

$$A_s = 17,94 \text{ cm}^2$$

*De fato, a armadura para atender ao momento mínimo não deve ser inferior à taxa mínima absoluta de 0,15%.*

17



## 11. Armadura mínima segundo ACI 318

Atendimento à taxa geométrica em relação à área tracionada  $A_{CT}$ , conforme item 9.6.2.3 do ACI 318-14.

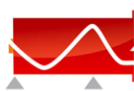
$$A_s = 0,4\% A_{CT}$$

→ onde  $A_{CT}$  é a área tracionada abaixo do CG da seção transversal bruta final

$$A_s = \frac{0,4}{100} \times 2.976 = 11,90 \text{ cm}^2$$

*Valor empírico, não considera o tipo de concreto e nem o tipo de aço.*

18

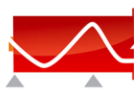


## 12. Combinação de armaduras no ELU

- Mantendo a armadura ativa e impondo a armadura passiva segundo algum critério, há aumento da capacidade resistente da seção no ELU.
- Para efeito de comparação, é melhor considerar a área equivalente de aço CA-50 como sendo:

$$A_{eq} = \frac{R_p + R_s}{f_{yd}}$$

19



## Protensão completa

Armadura (ativa, passiva e equivalente) e momento resistente no ELU

Condição	$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{eq}$ (cm <sup>2</sup> )	$M_R$ (kN.m)
Concreto armado		48,82	48,82	2.879
Protensão completa	18,64		61,98	3.637
$M_{d\min}$	18,64	12,19	74,17	4.334
Taxa mínima	18,64	17,94	79,92	4.660
ACI	18,64	11,90	73,88	4.317

20



**III SELAP**  
SEMINÁRIO LATINO-AMERICANO DE PROTENSÃO

## Protensão limitada

Armadura (ativa, passiva e equivalente) e momento resistente no ELU

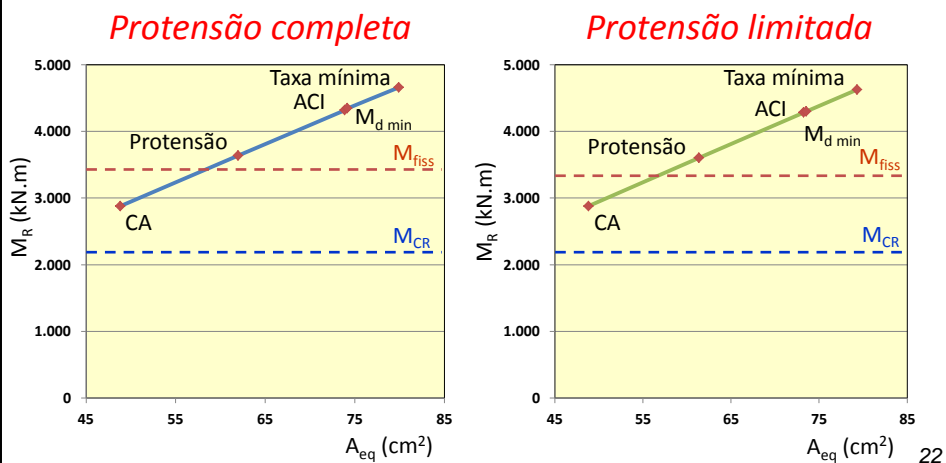
Condição	$A_p$ (cm <sup>2</sup> )	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{eq}$ (cm <sup>2</sup> )	$M_R$ (kN.m)
Concreto armado		48,82	48,82	2.879
Protensão limitada	20,08		61,36	3.602
$M_{d,min}$	20,08	12,19	73,55	4.299
Taxa mínima	20,08	17,94	79,30	4.625
ACI	20,08	11,90	73,26	4.282

21

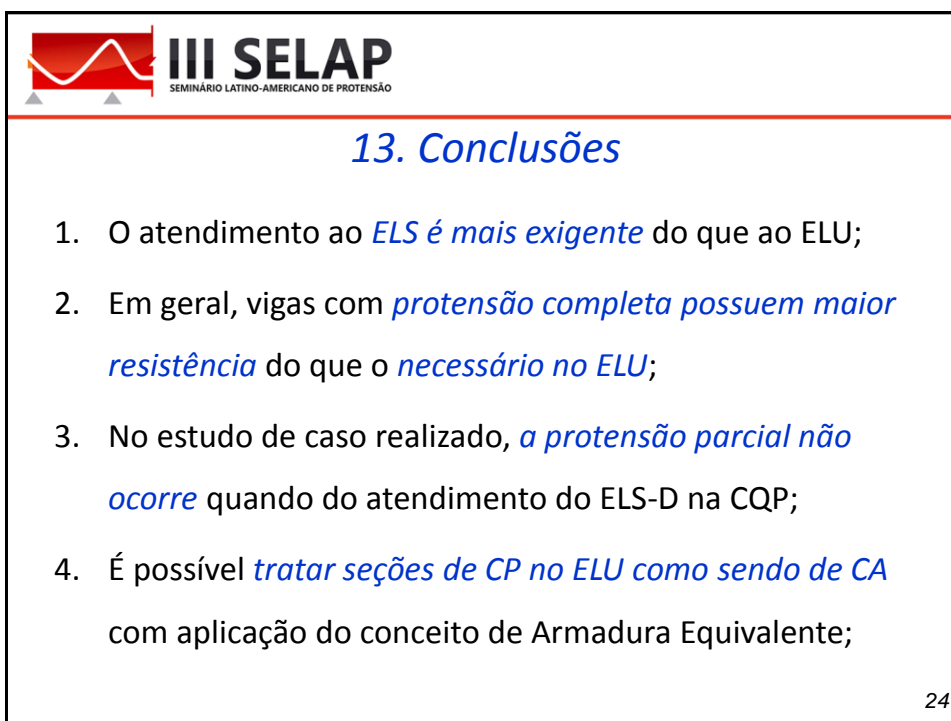
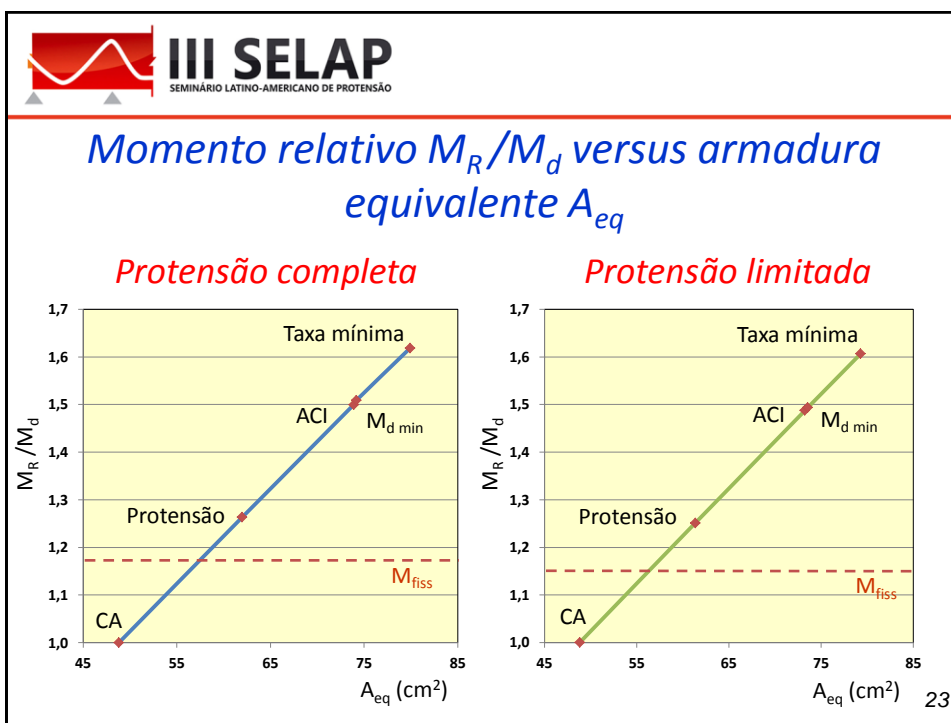


**III SELAP**  
SEMINÁRIO LATINO-AMERICANO DE PROTENSÃO

## Momento resistente $M_R$ versus armadura equivalente $A_{eq}$



22





### Conclusões

5. No estudo de caso realizado, *a seção não fissura* quando atendidas as condições do ELS;
6. No estudo de caso realizado, *as diferenças* entre os resultados *são mínimas* para protensão completa ou limitada;
7. A *armadura ativa* isolada *aumenta em cerca de 25%* a capacidade resistente da seção em relação ao necessário no ELU;

25



### Conclusões

8. A *armadura passiva* obtida segundo o *Momento mínimo* da NBR 6118 é equivalente àquela calculada para a *Área tracionada* do ACI;
9. Adicionar armadura passiva segundo o *Momento mínimo* (NBR 6118) ou a *Área tracionada* (ACI) *aumenta em cerca de 50%* a capacidade resistente da seção em relação ao necessário no ELU;

26



### Conclusões

10. Adicionar armadura passiva segundo a *Taxa de armadura mínima* (NBR 6118) aumenta em cerca de 60% a capacidade resistente da seção em relação ao necessário no ELU;
11. É mais racional obter a armadura passiva mínima com o *Momento mínimo* (NBR 6118) do que com a *Área tracionada* (ACI);

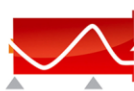
27



### Conclusões

12. Para prevenir fissuração indevida ou ruptura brusca com protensão não aderente *parece suficiente* a armadura aderente calculada segundo o *Momento mínimo* (NBR 6118), pois o momento resistente no ELU *é cerca do dobro* do momento máximo na Combinação Rara do ELS.

28



**III SELAP**  
SEMINÁRIO LATINO-AMERICANO DE PROTEÇÃO

*Obrigado pela atenção !*

*Angelo Rubens Migliore Junior*  
*rubens@migliorepastore.com.br*